

# Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

( 1 ) Αν ισχύει  $2\vec{PA} + 3\vec{PB} - 5\vec{PG} = \vec{0}$  να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A, B, G$  είναι συνευθειακά.

( 2 ) Δίνονται τέσσερα σημεία  $O, A, B, G$  τέτοια ώστε τα  $O, A, B$  δεν είναι συνευθειακά. Να δείξετε ότι, αν και  $\vec{OG} = (1 - \lambda)\vec{OA} + \lambda\vec{OB}$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  τότε τα σημεία  $A, B, G$  είναι συνευθειακά.

( 3 ) Δίνεται τρίγωνο  $ABG$ . Αν  $K, L, M$  είναι μέσα αντιστοίχως των πλευρών  $AB, AG, BG$  και  $\Sigma$  σημείο του επιπέδου του τριγώνου να αποδειχθεί ότι:

$$\vec{\Sigma K} + \vec{\Sigma L} + \vec{\Sigma M} = \vec{\Sigma A} + \vec{\Sigma B} + \vec{\Sigma G}$$

( 4 ) Δίνεται τρίγωνο  $ABG$  και τα σημεία  $\Delta, E$  και  $Z$  ώστε να ισχύει

$$\vec{A\Delta} = \frac{2}{3}\vec{AB}, \vec{AZ} = \frac{4}{5}\vec{AG} \text{ και } \vec{GE} = \vec{BG}.$$

α) Να εκφράσετε τα διανύσματα  $\vec{\Delta E}$  και  $\vec{\Delta Z}$  συναρτήσει των  $\vec{AB}$  και  $\vec{AG}$ .

β) Να εξετάσετε αν τα σημεία  $\Delta, E$  και  $Z$  είναι συνευθειακά.

( 5 ) Να αποδείξετε ότι αν:

$$(\kappa + 2)\vec{PA} + 3\vec{PB} = (\kappa + 5)\vec{PG} \text{ τότε τα σημεία } A, B, G \text{ είναι συνευθειακά.}$$

( 6 ) Στο παραλληλόγραμμο  $ABGD$  παίρνουμε τα σημεία  $E$  και  $Z$  της διαγωνίου  $AG$  έτσι ώστε:

$$AE = ZG = \frac{1}{4} AG$$

α) Αν  $\vec{AB} = \vec{a}$  και  $\vec{BG} = \vec{b}$  να εκφράσετε τα διανύσματα  $\vec{\Delta E}$  και  $\vec{\Delta Z}$  συναρτήσει των  $\vec{a}$  και  $\vec{b}$ .

β) Να δείξετε ότι το  $EBZ\Delta$  είναι παραλληλόγραμμο

( 7 ) Δίνεται τρίγωνο  $ABG$ . Να προσδιοριστεί σημείο  $P$  τέτοιο ώστε να ισχύει:

$$\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PG} = \vec{0}$$

( 8 ) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε σημεία  $A, B, G, \Delta$  ισχύει:

$$\vec{A\Delta} + \vec{BG} = \vec{AG} + \vec{B\Delta}$$

( 9 ) Δίνεται παραλληλόγραμμο  $ABGD$  και σημείο  $P$  τέτοιο ώστε  $\vec{PG} = -2\vec{PB}$ . Να αποδειχτεί ότι:

$$\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PD} + 2\vec{AB} = \vec{0}$$

( 10 ) Δίνεται τετράπλευρο  $ABGD$  και τα μέσα  $K, L$  των  $AB, GD$  αντίστοιχως. Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{A\Delta} + \vec{BG} = 2\vec{KL}$$