

Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ ΚΥΚΛΟΥ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

- (1) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:
- α) έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα $2\sqrt{2}$
 - β) έχει κέντρο το σημείο $(3, -1)$ και ακτίνα 5
 - γ) έχει κέντρο το σημείο $(-2, 1)$ και διέρχεται από το σημείο $(-2, 3)$
 - δ) έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα AB με A $(1, 3)$ και B $(-3, 5)$
 - ε) διέρχεται από τα σημεία $(2, 1)$, $(1, 2)$ και $(-2, -1)$
 - στ) διέρχεται από τα σημεία $(3, 1)$, $(-1, 3)$ και έχει κέντρο πάνω στην ευθεία $y = 3x - 2$
 - ζ) έχει κέντρο το σημείο $(8, -6)$ και διέρχεται από την αρχή των αξόνων
 - η) έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και εφάπτεται της ευθείας $3x + y = 10$
 - θ) έχει ακτίνα 4, εφάπτεται στον άξονα $x'x$ και διέρχεται από το σημείο $(5, 4)$
 - ι) έχει κέντρο το σημείο $(-3, 2)$, εφάπτεται στον άξονα $y'y$ και διέρχεται από το σημείο $(-6, 2)$
 - ια) έχει κέντρο το σημείο $(3, 3)$ και εφάπτεται των αξόνων $x'x$ και $y'y$
 - ιβ) έχει κέντρο το σημείο $(-3, 1)$ και εφάπτεται στην ευθεία $4x - 3y + 5 = 0$
- (2) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από το σημείο $(1, 0)$ και εφάπτεται στις ευθείες $3x + y + 6 = 0$ και $3x + y - 12 = 0$.
- (3) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου, ο οποίος είναι εγγεγραμμένος στο τρίγωνο που σχηματίζει η ευθεία $x + y - 6 = 0$ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.
- (4) Δίνεται η ευθεία $y = \lambda x$ και ο κύκλος $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε η ευθεία:
- α) να τέμνει τον κύκλο
 - β) να εφάπτεται του κύκλου
 - γ) να μην έχει κοινά σημεία με τον κύκλο.
- (5) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το κέντρο του κύκλου $x^2 - 2x + y^2 - 6x = 0$ και είναι κάθετη στην ευθεία $x + 2y - 7 = 0$.
- (6) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου $x^2 + y^2 = 4$ που είναι παράλληλες στην ευθεία $x + y = 0$.
- (7) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου $x^2 + y^2 = 9$ που γράφονται από το σημείο $(0, 6)$.
- (8) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που εφάπτεται στην ευθεία $y = x$ και είναι ομόκεντρος του κύκλου $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

- (9) Δίνεται ο κύκλος $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ και η ευθεία $y = x - 3$. Να αποδείξετε ότι η ευθεία εφάπτεται του κύκλου και στη συνέχεια να βρείτε το σημείο επαφής.
- (10) Δίνονται τα σημεία $A(1, 2)$, $B(2, 4)$ και $\Gamma(3, 1)$.
 α) Να αποδειχθεί ότι: γωνία $BA\Gamma = 90^\circ$
 β) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία A , B και Γ .
- (11) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία $A(3\alpha, 0)$, $B(0, 3\alpha)$ και $\Gamma(0, -3\alpha)$, $\alpha > 0$.
- (12) Να αποδειχθεί ότι το σύνολο των σημείων $M(x, y)$ του επιπέδου που ικανοποιούν τις εξισώσεις $x\cos\theta - y\sin\theta = \cos 2\theta$ και $x\sin\theta + y\cos\theta = \sin 2\theta$, $\theta \in \mathbb{R}$, βρίσκονται σε κύκλο.
- (13) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει το κέντρο του στην ευθεία (ε): $2x + y + 1 = 0$ και διέρχεται από τα σημεία $A(-1, 2)$ και $B(3, -1)$.
- (14) Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω εξισώσεις παριστάνουν κύκλο και στη συνέχεια να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα καθενός από αυτούς.

(α) $x^2 + y^2 + 10x + 8y - 8 = 0$

(β) $x^2 + y^2 - 12x + 2y + 12 = 0$

(γ) $3x^2 + 3y^2 - 36x + 6y + 36 = 0$

(δ) $3x^2 + 3y^2 - 36x + 6y - 1 = 0$

(ε) $4x^2 + 4y^2 - 36x + 12y - 10 = 0$

(στ) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 15 = 0$

(ζ) $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 15 = 0$

(η) $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$

(θ) $x^2 + y^2 - 2\alpha x + 4\beta y - 4\alpha\beta = 0$

(ι) $x^2 + y^2 + 6\alpha x + 8\beta y + 7\beta^2 = 0$