

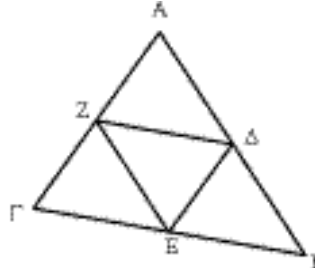
ΔΗΜΟΣΘΕΝΕΙΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΠΑΙΑΝΙΑΣ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ: ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΣΤΑ ΕΜΒΑΔΑ

(1)

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και έστω Δ , E , Z τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και GA αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

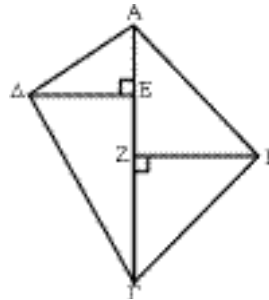
α) $(\Delta EZ) \equiv (ZTE)$.

β) $(\Delta EZ) = \frac{1}{4} (AB\Gamma)$.



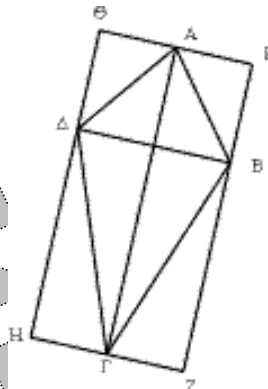
(2)

Να δείξετε ότι το εμβαδόν τυχόντος τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ ισούται με το γινόμενο της μιας διαγωνίου του $A\Gamma$ επί το ημίθροισμα των αποστάσεων ΔE , ZB των δύο άλλων κορυφών από τη διαγώνιο αυτή.



(3)

Από τις κορυφές ενός τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ φέρνουμε παράλληλες προς τις διαγωνίους του. Να δείξετε ότι το περιγεγραμμένο στο τετράπλευρο παραλληλόγραμμο $HZE\Theta$ έχει εμβαδό διπλάσιο από το εμβαδό του τετραπλεύρου.



(4) Να δείξετε ότι αν ένα τετράγωνο πλευράς a και ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς β έχουν την ίδια

περίμετρο, τότε το εμβαδόν του τετραγώνου ισούται με $\frac{9\beta^2}{16}$.

(5) Αν η πλευρά ενός τετραγώνου αυξηθεί κατά 4 m , το εμβαδόν του αυξάνεται κατά 136 m^2 . Να βρεθεί η πλευρά του τετραγώνου αυτού.

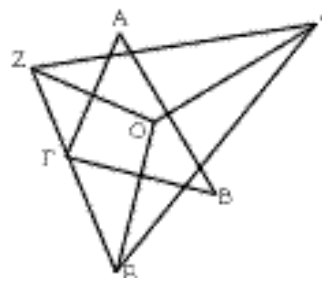
(6) Η περίμετρος ενός ρόμβου $AB\Gamma\Delta$ είναι 48 cm και η απόσταση των δύο απέναντι πλευρών του είναι 5 cm . Να υπολογιστεί το εμβαδόν του ρόμβου.

(7)

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Από ένα σημείο O εσωτερικό του $AB\Gamma$ φέρνουμε κάθετες στις πλευρές AB , $B\Gamma$, ΓA και πάνω σ' αυτές παίρνουμε τμήματα $OA = AB$, $OE = B\Gamma$, $OZ = \Gamma A$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι ισχύει:

α) $(\Delta OE) = (AB\Gamma)$ και

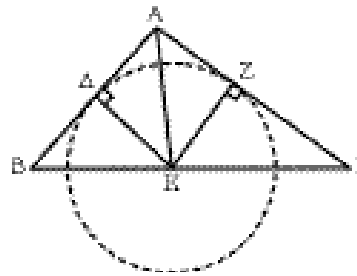
β) $(\Delta EZ) = 3(AB\Gamma)$.



(8)

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές a , β , γ και κύκλος (K, R) που έχει το κέντρο του στην πλευρά $B\Gamma$ και εφάπτεται στις πλευρές AB και $A\Gamma$. Να δείξετε ότι:

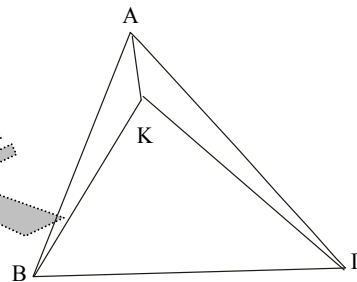
$$R(\beta + \gamma) = 2E.$$



(9)

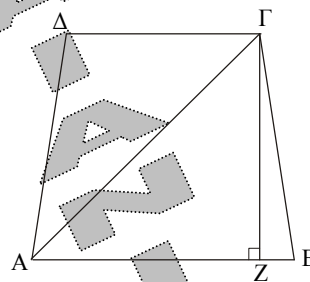
Στο εσωτερικό ενός τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνουμε ένα σημείο K έτσι ώστε να είναι γωνία $AKB = \text{γωνία } \Gamma KA = 120^\circ$ και $KA = 2 \text{ cm}$, $KB = 6 \text{ cm}$, $K\Gamma = 10 \text{ cm}$. Να υπολογιστούν τα εμβαδά των τριγώνων:

α) $KB\Gamma$ και β) $AB\Gamma$.



(10)

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με βάσεις AB και $\Gamma\Delta$ και ύψος ΓZ . Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τραpezίου αυτού είναι διπλάσιο του εμβαδού του ορθογωνίου τριγώνου $A\Gamma Z$.



(11) Να δείξετε ότι σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο ισχύει:

$$\mu_a^2 + \mu_b^2 + \mu_\gamma^2 = 3E\sqrt{3}$$

(μ_a, μ_b, μ_γ οι τρεις διάμεσοι του τριγώνου και E το εμβαδόν του).

(12) Να διαιρεθεί τετράγωνο πλευράς $a = 6 \text{ cm}$ σε τρία ισοδύναμα μέρη με ευθείες που διέρχονται από μια κορυφή του.