

ΘΕΜΑ 1

Δίνεται ένα τρίγωνο με κορυφές $A(2\lambda - 1, 3\lambda + 2)$,
 $B(1, 2)$ και $\Gamma(2, 3)$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ με $\lambda \neq -2$.

- A. Να αποδείξετε ότι το σημείο A κινείται σε ευθεία, καθώς το λ μεταβάλλεται στο \mathbb{R} .

Μονάδες 8

- B. Εάν $\lambda = 1$, να βρείτε:

α. το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ

Μονάδες 8

β. την εξίσωση του κύκλου, που έχει κέντρο την κορυφή $A(1, 5)$ και εφάπτεται στην ευθεία BΓ.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

Ένα επιβατηγό πλοίο εκτελεί το δρομολόγιο Πειραιάς- Ηράκλειο Κρήτης. Σε κάθε χρονική στιγμή t του ταξιδιού η θέση M του πλοίου ως προς ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy είναι:

$M(2 + kt, \lambda + 2t)$, όπου $k, \lambda \in \mathbb{R}$. Τη χρονική στιγμή $t = 5$ το πλοίο διέρχεται από το σημείο $A(7, 13)$.

- α) Να βρείτε τις τιμές των k, λ .

Μονάδες 7

- β) Να αποδείξετε ότι το πλοίο διαγράφει γραμμή που βρίσκεται πάνω στην ευθεία (ϵ): $y = 2x - 1$.

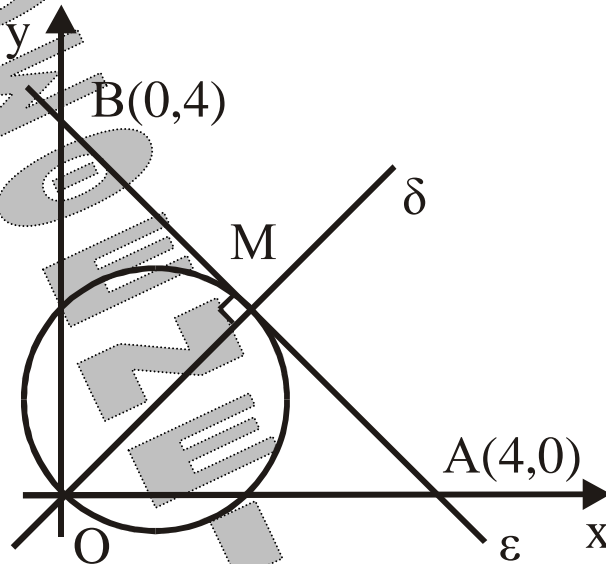
Μονάδες 10

- γ) Ένα δελφίни κινείται παράλληλα προς το πλοίο. Να βρείτε ένα διάνυσμα μήκους 1 κάθετο προς την ευθεία πάνω στην οποία κινείται το δελφίни.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3

Στο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων Oxy του παρακάτω σχήματος, δίνονται τα σημεία $A(4,0)$ και $B(0,4)$, η ευθεία ϵ που διέρχεται από τα σημεία A και B και η ευθεία δ που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων και είναι κάθετη προς την ευθεία ϵ .



- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας ϵ είναι $x+y=4$.

Μονάδες 5

- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας δ .

Μονάδες 5

- γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής M των ευθειών δ και ϵ .

Μονάδες 5

- δ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα OM .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - y^2 + 6x + 9 = 0$.

α. Να δείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει 2 ευθείες ε_1 και ε_2 .

Μονάδες 7

β. Να δείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι κάθετες.

Μονάδες 7

γ. Να βρείτε ένα σημείο $M(k,\lambda)$ με $k>0$ και $\lambda>0$ τέτοιο, ώστε το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (3,k)$ να είναι παράλληλο προς τη μία από τις δύο ευθείες ε_1 και ε_2 και το διάνυσμα $\vec{\beta} = (-16, 4\lambda)$ να είναι παράλληλο προς την άλλη ευθεία.

Μονάδες 6

δ. Να γράψετε την εξίσωση της παραβολής που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων O , άξονα συμμετρίας τον άξονα $x'x$ και διέρχεται από το σημείο M .